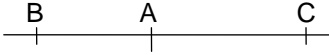


Pour démontrer que 3 points sont alignés

1) *Utiliser un angle plat :*

Si $\widehat{BAC} = 180^\circ$ alors A, B et C sont alignés.

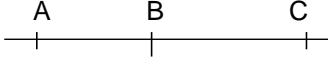


2) *Utiliser les distances :*

Si $AB + BC = AC$ alors A, B et C sont alignés.

3) *Utiliser le parallélisme :*

Si on peut démontrer que les droites (AB) et (AC) sont parallèles, comme (AB) et (AC) ont un point commun, alors elles sont confondues et donc A, B et C sont alignés.



Pour démontrer que 2 droites sont parallèles

1) *Utiliser une troisième droite :*

On sait que $D_1 \parallel D_3$ et $D_2 \parallel D_3$,

or si 2 droites sont parallèles à une même troisième droite, alors elles sont parallèles entre elles, donc $D_1 \parallel D_2$

On sait que $D_1 \perp D_3$ et $D_2 \perp D_3$

or si 2 droites sont perpendiculaires à une même troisième droite, alors elles sont parallèles entre elles donc $D_1 \parallel D_2$

2) *Utiliser un parallélogramme :* (un rectangle, un losange, un carré)

On sait que ABCD est un parallélogramme

or Les côtés opposés d'un parallélogramme sont parallèles.

donc $(AB) \parallel (DC)$

3) *Utiliser la symétrie centrale :*

Le symétrique d'une droite par rapport à un point est une droite parallèle.

4) *Utiliser le théorème des milieux :*

Dans le triangle ABC, on sait que I est le milieu de [AB] et J est le milieu de [AC]

or Dans un triangle, la droite passant par les milieux de deux côtés est parallèle au troisième côté.

donc $(IJ) \parallel (BC)$

5) *Utiliser les angles alternes-internes dans la configuration de 2 droites d et d' coupées par une sécante*

Si les angles alternes-internes sont la même mesure, alors les droites d et d' sont parallèles

Pour démontrer que deux droites sont perpendiculaires

1) *Utiliser une troisième droite*

On sait que $D_1 \parallel D_2$ et $D_3 \perp D_1$

or Si deux droites sont parallèles, toute perpendiculaire à l'une est perpendiculaire à l'autre.

donc $D_3 \perp D_2$

2) *Utiliser la médiatrice d'un segment :*

La médiatrice d'un segment est perpendiculaire à ce segment

3) *Utiliser un losange :*

Les diagonales d'un losange sont perpendiculaires.

4) *Utiliser un triangle rectangle, un rectangle. VOIR* Pour démontrer qu'un triangle est rectangle

5) *Utiliser une hauteur*

Dans un triangle ABC, si une droite est la hauteur issue de A, alors elle est perpendiculaire à (BC)

Pour démontrer qu'une droite est la médiatrice d'un segment

1) *Utiliser la définition*

On sait que $d \perp (AB)$, M milieu de [AB] et $M \in d$

or « la médiatrice d'un segment est la droite perpendiculaire à ce segment et qui passe par le milieu du segment »
(ou tout simplement : « d'après la définition »)

donc d est la médiatrice du segment [AB]

2) *Utiliser la symétrie orthogonale :*

On sait que B est le symétrique de A par rapport à la droite d
donc, par définition, la droite d est la médiatrice du segment [AB]

3) *Utiliser deux points équidistants des extrémités :*

on sait que $MA = MB$ et $NA = NB$

or « si un point est équidistant des extrémités d'un segment alors ce point appartient à la médiatrice de ce segment »
donc M et N sont des points de la médiatrice de [AB] et donc (MN) est la médiatrice du segment [AB]

Pour démontrer qu'un point est le milieu d'un segment

1) *Utiliser la définition :*

Si A,M,B sont alignés et si $AM = MB$ alors M est le milieu de [AB].

2) *Utiliser la définition du symétrique d'un point :*

B est le symétrique de A par rapport à O donc par définition O est le milieu de [AB].

3) *Utiliser un parallélogramme :*

Les diagonales d'un parallélogramme ont le même milieu.

4) *Utiliser une médiane :*

Dans le triangle ABC, la droite d est la médiane issue de A
donc par définition la droite d coupe [BC] en son milieu.

5) *Utiliser le théorème des milieux :*

Dans le triangle ABC, on sait que I est le milieu de [AB] et $(IJ) \parallel (BC)$,

or « Dans un triangle, la droite passant par le milieu d'un côté et qui est parallèle à un autre côté coupe le troisième côté en son milieu » donc J est le milieu de [AC]

Pour démontrer que deux segments ont la même longueur

1) *Utiliser un triangle isocèle (ou équilatéral) :*

Dans un triangle isocèle, deux côtés ont la même longueur

2) *Utiliser un parallélogramme :* Dans un parallélogramme, les côtés opposés ont la même longueur.

3) *Utiliser un losange :* Les quatre côtés d'un losange ont la même longueur.

4) *Utiliser un rectangle :* Les diagonales d'un rectangle ont la même longueur.

5) *Utiliser un cercle*

Si A et B sont des points d'un cercle de centre O, alors $AO = BO$.

6) *Utiliser une médiatrice :*

on sait que M est un point de la médiatrice de [AB]

or « Tout point de la médiatrice d'un segment est équidistant des extrémités de ce segment. »
donc $MA = MB$.

Pour calculer une distance, une longueur

1) *Utiliser un calcul de longueurs :* $M \in [AB]$ alors $AM + MB = AB$

2) *Utiliser le théorème des milieux*

Dans un triangle, le segment joignant les milieux de deux côtés a pour longueur la moitié de la longueur du 3^{ème} côté.

3) *Utiliser l'égalité de Pythagore*

Le triangle ABC est rectangle en A donc l'égalité de Pythagore est vérifiée : $BA^2 + CA^2 = BC^2$

3) *Utiliser la propriété de Thales :*

Les droites (MB) et (NC) sont sécantes en A

si $(MN) \parallel (BC)$ alors, d'après le théorème de Thales on a $\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} = \frac{MN}{BC}$

4) *Utiliser la trigonométrie*

Le triangle ABC est rectangle en A donc $\cos \hat{B} = \frac{BA}{BC}$; $\sin \hat{B} = \frac{AC}{BC}$ et $\tan \hat{B} = \frac{AC}{AB}$

1) Calculer leur mesures

Pour démontrer que des angles sont égaux

2) Utiliser un triangle isocèle :

Les angles à la base d'un triangle isocèle sont égaux. Si ABC est isocèle en A alors $\widehat{ABC} = \widehat{ACB}$.

3) Utiliser des angles opposés par le sommet.

4) Utiliser un parallélogramme : Les angles opposés d'un parallélogramme sont égaux.

5) Utiliser une bissectrice : La bissectrice d'un angle le partage en deux angles égaux

6) Utiliser des angles alternes-internes ou correspondants.

Pour calculer un angle

1) Utiliser un triangle :

La somme des angles d'un triangle est égale à 180° .

2) Utiliser des angles égaux :

voir " pour démontrer que des angles sont égaux "

3) Utiliser la trigonométrie

Le triangle ABC est rectangle en A donc $\cos \widehat{B} = \frac{BA}{BC}$; $\sin \widehat{B} = \frac{AC}{BC}$ et $\tan \widehat{B} = \frac{AC}{AB}$

Pour démontrer qu'un triangle est rectangle

1) Utiliser un calcul d'angles :

Si $\widehat{ABC} = 90^\circ$ alors ABC est un triangle rectangle en A.

2) Utiliser la réciproque du théorème de Pythagore

BC est le plus grand côté

je calcule séparément $BC^2 = \dots^2$
 $= \dots$

$BA^2 + AC^2 = \dots^2 + \dots^2$
 $= \dots$

d'après les calculs $BC^2 = BA^2 + AC^2$

l'égalité de Pythagore est vérifiée donc le triangle est rectangle en A

3) Utiliser une droite tangente

La droite d est tangente en A au cercle C (de centre O) alors $d \perp (OA)$

4) Utiliser une médiane

"Dans un triangle, si une médiane mesure la moitié du côté correspondant, alors ce triangle est rectangle."

5) Utiliser le cercle circonscrit

[AB] est un diamètre du cercle C et $M \in C$

or « si un côté d'un triangle est le centre de son cercle circonscrit, alors ce triangle est rectangle. »
donc ABM est rectangle en M

Pour démontrer qu'un triangle n'est pas rectangle

Utiliser le théorème de Pythagore :

3) BC est le plus grand côté

je calcule séparément $BC^2 = \dots^2$
 $= \dots$

$BA^2 + AC^2 = \dots^2 + \dots^2$
 $= \dots$

d'après les calculs $BC^2 \neq BA^2 + AC^2$

l'égalité de Pythagore n'est pas vérifiée donc le triangle n'est pas rectangle en A

Pour démontrer qu'un triangle est isocèle

1) Utiliser la définition : Un triangle isocèle est un triangle ayant deux côtés de même longueur .

2) Utiliser les angles : Un triangle ayant deux angles de même mesure est isocèle

Pour démontrer qu'une droite est la bissectrice d'un angle

1) Utiliser la définition : La bissectrice d'un angle est la droite qui partage cet angle en deux angles égaux.

2) Utiliser un triangle isocèle :

Dans un triangle isocèle , la hauteur (ou médiane ou médiatrice) issue du sommet est aussi bissectrice.

Pour démontrer qu'une droite est une médiane d'un triangle

- 1) *Utiliser la définition* : Dans un triangle ABC , la médiane issue de A est la droite passant par A et par le milieu de [BC]
- 2) *Utiliser un triangle isocèle* :
Dans un triangle isocèle , la hauteur (ou bissectrice ou médiatrice) issue du sommet est aussi une médiane .

Pour démontrer qu'une droite est une hauteur d'un triangle

- 1) *Utiliser la définition* : Dans un triangle ABC , la hauteur issue de A est la droite passant par A et perpendiculaire à [BC]
- 2) *Utiliser un triangle isocèle* :
Dans un triangle isocèle , la bissectrice (ou médiane ou médiatrice) issue du sommet est aussi une hauteur .

Pour démontrer qu'un quadrilatère est un parallélogramme

- 1) *Utiliser la définition* : Un quadrilatère dont les côtés opposés sont parallèles est un parallélogramme
- 2) *Utiliser les longueurs des côtés* : Un quadrilatère dont les côtés opposés sont égaux est un parallélogramme .
- 3) *Utiliser deux côtés opposés* : Un quadrilatère qui a deux côtés parallèles et de même longueur est un parallélogramme.
- 4) *Utiliser les diagonales* : Un quadrilatère dont les diagonales ont le même milieu est un parallélogramme .

Pour démontrer qu'un quadrilatère est un rectangle

- 1) *Utiliser les angles* : Un quadrilatère qui a trois angles droits est un rectangle .
- 2) *Utiliser un parallélogramme* : Un parallélogramme ayant un angle droit est un rectangle.
- 3) *Utiliser un parallélogramme* : Un parallélogramme dont les diagonales ont la même longueur est un rectangle

Pour démontrer qu'un quadrilatère est un losange

- 1) *Utiliser la définition* : Un quadrilatère dont les quatre côtés ont la même longueur est un losange .
- 2) *Utiliser un parallélogramme* : Un parallélogramme ayant deux côtés consécutifs de même longueur est un losange .
- 3) *Utiliser un parallélogramme* : Un parallélogramme dont les diagonales sont perpendiculaires est un losange .

Pour démontrer qu'un quadrilatère est un carré

- 1) *Utiliser un rectangle* : Un rectangle ayant deux côtés consécutifs de même longueur est un carré .
- 2) *Utiliser un losange* : Un losange ayant un angle droit est un carré .

Pour démontrer que des points sont sur un cercle

- 1) *Utiliser la définition* :
Si $OA = OB$ alors A et B sont sur un même cercle de centre O et de rayon OA
- 2) *Utiliser un triangle rectangle* :
ABM est rectangle en M
or « si un triangle est rectangle alors son hypoténuse est le diamètre de son cercle circonscrit »
donc M est un point du cercle de diamètre [AB]

Pour démontrer qu'une droite est tangente à un cercle

Utiliser la définition :
la droite d passe par le point M du cercle et est perpendiculaire au rayon [OM] du cercle
donc par définition la droite d est tangente au cercle C en M